EINE KLASSISCHE WECHSELWIRKUNG ZWISCHEN DEN GITTERSCHWINGUNGEN VON KRISTALLEN UND DEN KOLLEKTIVEN SCHWINGUNGEN DES ELEKTRONENGASES

Von B. VASVÁRI

Institut für Theoretische Physik der Universität Szeged

(Eingegangen am 14. September 1957)

Unter Berücksichtigung der Gitterschwingungen von Kristallen wird gezeigt, daß die von BOHM und PINES eingeführten kollektiven Elektronenkoordinaten nicht der Gleichung des harmonischen Oszillators, sondern der Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung folgen. Die Gitterschwingung — als Zwang — ist auf diese Weise imstande, kollektive Elektronenschwingungen — Plasmonen — zu erzeugen.

§ 1. *Einleitung*

Bei der Behandlung der Wechselwirkung von Teilchen können in gewissen Fällen an Stelle der Koordinaten der Teilchen andere, sogenannte kollektive Koordinaten eingeführt werden, welche gewöhnlich die gemeinsamen Eigenschaften mehrerer Teilchen (z. B. die Dichteverteilung von Elektronen, die Verteilung der Oberflächendichte von Nukleonen, usw.) beschreiben, und eine mathematisch leichter durchführbare Untersuchung des Problems zulassen. Die in kollektiven Koordinaten gewonnenen Ergebnisse, d. h. die kollektiven Bewegungsgleichungen, geben natürlich nicht den Zustand der einzelnen Teilchen an, sondern nur die Beschreibung der betreffenden gemeinsamen Eigenschaft.[1]

Das erste Beispiel zur kollektiven Behandlung der Wechselwirkung von Teilchen wurde von der Theorie der Plasmaschwingungen geliefert. LANGMUIR und TONKS beobachteten [2], daß die Elektronen bei einem Gas im Plasmazustand periodische Schwingungen mit der Kreisfrequenz

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}} \tag{1}$$

ausführen können, wo n, e und m der Reihe nach die Dichte, Ladung und Masse der Elektronen bedeuten. Diese Eigenschwingungen nannten sie Plasmaschwingungen. Die Theorie der Plasmaschwingungen wurde von BOHM und GROSS [3] weiter ausgebaut, später haben BOHM und PINES bzw. PINES [4]—[7] die hieraus entwickelte Methode zur Untersuchung der kollektiven Schwingungen bei der Betrachtung des Elektronengases in Metallen ange-

---

[1] Eine gemeinsame quantenmechanische Behandlung der verschiedenartigen kollektiven Beschreibungen wurde neuerdings von SKYRME mitgeteilt [1].

wendet. Bei diesen Berechnungen berücksichtigten sie auch die Wärmebewegung der Elektronen. Nach ihren Ergebnissen kann das Elektronengas in Metallen ebenfalls kollektive Schwingungen ausführen, deren Eigenfrequenz sich von der angeführten Frequenz (1) nur in einer von der Wärmebewegung herrührenden Korrektion unterscheidet. Hiermit ergab sich die Möglichkeit den charakteristischen Energieverlust der dünne Metallfolien durchdringenden Elektronen so zu deuten, daß die mit der Energie $\hbar\omega_p$ einfallenden Elektronen mit dem Elektronengas des Metalls unelastisch zusammenstoßen, wobei eine kollektive Schwingung von der Frequenz ω_p entsteht. Werden nach PINES die zu diesen Schwingungen gehörigen elementaren Quanten Plasmone genannt, so läßt sich Vorstehendes auch so ausdrücken, daß das mit entsprechender Energie einfallende Teilchen im Metall ein Plasmon erzeugt, mit welchem es unelastisch zusammenstoßt und hierbei seine Energie verliert.

Eine Zusammenfassung der auf diesen Effekt bezüglichen experimentellen und theoretischen Ergebnisse gibt PINES in [8], wo auch deren kritischer Vergleich angegeben wird.

Im vorliegenden Artikel wird gezeigt, daß nicht nur ein äußeres, einfallendes Teilchen zur Erregung von kollektiven Schwingungen des Elektronengases fähig ist, sondern auch die Gitterschwingung des Kristalls unter gewißen Bedingungen zur Entstehung von Plasmonen führen kann. Die Behandlung des Problems erfolgt mit völlig klassischen Methoden. In § 2 werden die Ergebnisse von BOHM und PINES zusammengefaßt, in § 3 wird die Wirkung der Gitterschwingungen auf die kollektive Bewegung untersucht und in § 4 die physikalische Bedeutung der gewonnenen Ergebnisse übersehen.

§ 2. *Die Theorie von BOHM und PINES*

Ist $\mathbf{x}_j$ der Ortsvektor des j-ten Elektrons, so ist — punktförmige Elektronen vorausgesetzt — die Dichte des Elektronengases

$$\varrho(\mathbf{x}) = \sum_i \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_j). \tag{2}$$

Die FOURIERsche Reihenentwicklung der Dichte $\varrho(\mathbf{x})$ lautet bei periodischen Randbedingungen und pro Volumeneinheit

$$\varrho(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \varrho_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}, \tag{3}$$

wo die Dichtekomponente $\varrho_{\mathbf{k}}$ für

$$\varrho_{\mathbf{k}} = \int \varrho(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{x} = \sum_i e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_i} \tag{4}$$

steht, d. h. es ist

$$\varrho(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}, i} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_i)}. \tag{5}$$

Die Dichtekomponente $\varrho_{\mathbf{k}}$ genügt folgender Bewegungsgleichung:

$$\ddot{\varrho}_{\mathbf{k}} = -\sum_i (\mathbf{k}\mathbf{v}_i)^2 e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_i} - \frac{4\pi n e^2}{m} \varrho_{\mathbf{k}}. \tag{6}$$

Wird **k** genügend klein, so kann das erste Glied der rechten Seite vernachlässigt werden, und somit

$$\ddot{\varrho}_{\mathbf{k}} = -\omega_p^2 \varrho_{\mathbf{k}}, \tag{7}$$

d. h., infolge der COULOMBschen Wechselwirkung vollführt die Elektronendichte harmonische Schwingungen mit der Plasmafrequenz ω_p. Diese Erscheinung ist mit den in Gasen auftretenden Schallwellen vergleichbar. Wie ersichtlich, kann die Dichtekomponente $\varrho_{\mathbf{k}}$ noch nicht als eine kollektive Koordinate gedeutet werden, da auf ihre Bewegungsgleichung auch noch die individuellen Eigenschaften der einzelnen Elektronen von Einfluß sind. BOHM und PINES zeigten jedoch in [5], daß $\varrho_{\mathbf{k}}$ in einen über rein kollektive, und einen über rein individuelle Eigenschaften verfügenden Teil zerlegt werden kann. Die Aufteilung erfolgt nach

$$\varrho_{\mathbf{k}} = q_{\mathbf{k}} + \eta_{\mathbf{k}}, \tag{8}$$

wo

$$q_{\mathbf{k}} = \sum_i \frac{\omega_p^2 e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_i}}{\omega^2 - (\mathbf{k}\mathbf{v}_i)^2}, \tag{9}$$

und

$$\eta_{\mathbf{k}} = \sum_i \frac{\omega^2 - \omega_p^2 - (\mathbf{k}\mathbf{v}_i)^2}{\omega^2 - (\mathbf{k}\mathbf{v}_i)^2} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_i} \tag{10}$$

sind. In (8) ist $q_{\mathbf{k}}$ die kollektive Koordinate, da sie der Differentialgleichung des harmonischen Oszillators

$$\ddot{q}_{\mathbf{k}} + \omega^2 q_{\mathbf{k}} = 0 \tag{11}$$

genügt, wo ω durch die Dispersionsrelation

$$1 = \frac{4\pi e^2}{m} \sum_j \frac{1}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_j)^2} \tag{12}$$

bestimmt wird. Linearisiert man die Gleichung, so läßt sie sich nach ω^2 auflösen:

$$\omega^2 \cong \omega_p^2 + k^2 \langle v^2 \rangle. \tag{13}$$

$\eta_{\mathbf{k}}$ genügt einer komplizierten Gleichung, aus der hervorgeht, daß es über keine kollektiven Eigenschaften verfügt.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß das zwischen Elektronen bestehende weitreichende Potential in zwei Teile zerlegt werden kann, und zwar in ein kollektives Potential, welches die kollektiven Eigenschaften des Elektrons bestimmt, und in ein Potential mit abgeschirmtem Wirkungskreis, das den punktförmigen Stoß der Elektronen vermittelt.

§ 3. *Berücksichtigung der Gitterschwingungen*

Es war ein Ausgangspunkt der vorstehenden Betrachtungen, daß das positive Ionengitter eine in Raum und Zeit konstante Ladungsverteilung hervorruft. Im Gegensatz hierzu wird jetzt angenommen, daß die in Gitterpunkten befindlichen punktförmigen Ionen infolge quasielastischer Kräfte um ihre Ruhelage periodische Schwingungen mit der Frequenz ω_r vollführen. Infolgedessen ändert sich natürlich die Dichte, sowie die Bewegungsgleichung der Elektronen.

Ist $\mathbf{X}_l$ der Ortsvektor des im l-ten Gitterpunkt befindlichen Ions mit der Ladung $e' = Ze$, dann wird das Potential, das von dem j-ten Elektron und l-ten Ion in Punkt $\mathbf{x}$ verursacht wird, durch

$$\Phi_{jl} = -\frac{e}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_j|} - \frac{e'}{|\mathbf{x}-\mathbf{X}_l|} \tag{14}$$

gegeben. Die FOURIERsche Reihenentwicklung ergibt bei periodischen Randbedingungen und pro Volumeneinheit

$$\Phi_{jl} = -4\pi e \sum_{\mathbf{k}} \frac{e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_j)}}{k^2} - 4\pi e' \sum_{\mathbf{k}} \frac{e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{X}_l)}}{k^2}, \tag{15}$$

und das resultierende Potential wird im Punkt $\mathbf{x}$

$$\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{j,l} \Phi_{jl}(\mathbf{x}). \tag{16}$$

Die Bewegungsgleichung des i-ten Elektrons lautet

$$\ddot{\mathbf{x}}_i = \frac{e}{m} \nabla_i \Phi = -\frac{4\pi e}{m} i \sum_{\mathbf{k}} \frac{\mathbf{k}}{k^2} \left[e \sum_j e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j)} + e' \sum_l e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x}_i-\mathbf{X}_l)} \right]. \tag{17}$$

Entsprechen $\varrho^{(e)}$ und $\varrho^{(i)}$ der Dichte der Elektronen bzw. Ionen, so wird auch jetzt

$$\varrho = \varrho^{(e)} + \varrho^{(i)} = \sum_j \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_j) + \sum_l \delta(\mathbf{x}-\mathbf{X}_l) = \sum_{\mathbf{k}} \varrho_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}, \tag{18}$$

wo

$$\varrho_{\mathbf{k}} = \int \varrho(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{x} = \sum_j e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_j} + \sum_l e^{-i\mathbf{k}\mathbf{X}_l} = \varrho_{\mathbf{k}}^{(e)} + \varrho_{\mathbf{k}}^{(i)} \tag{19}$$

bedeutet. Auf Grund dieser Überlegungen lassen sich die Bewegungsgleichungen in der Form

$$\ddot{\mathbf{x}}_i = -\frac{4\pi e}{m} i \sum_{\mathbf{k}} \frac{\mathbf{k}}{k^2} [e\varrho_{\mathbf{k}}^{(e)} + e'\varrho_{\mathbf{k}}^{(i)}] e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}_i} \tag{20}$$

angeben. Im folgenden wollen wir nur $\varrho_{\mathbf{k}}^{(e)}$ behandeln. Es sei auch jetzt $\varrho_{\mathbf{k}}^{(e)} = q_{\mathbf{k}} + \eta_{\mathbf{k}}$ mit

$$q_{\mathbf{k}} = \sum_i \frac{\omega_p^2 e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_i}}{\omega^2 - (\mathbf{k}\,\mathbf{v}_i)^2}. \tag{21}$$

Setzt man

$$\xi_{\mathbf{k},\omega} = \sum_i \frac{e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_i}}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_i}, \tag{22}$$

so läßt sich leicht einsehen, daß sich

$$q_{\mathbf{k}} = \frac{\omega_p^2}{2\omega} [\xi_{\mathbf{k},\omega} - \xi_{\mathbf{k},-\omega}] \tag{23}$$

ergibt. Differenziert man Gl. (22) nach der Zeit, so erhält man

$$\dot{\xi}_{\mathbf{k},\omega} = \sum_i \left[\frac{-i(\mathbf{k}\mathbf{v}_i)}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_i} + \frac{\mathbf{k}\dot{\mathbf{v}}_i}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_i)^2} \right] e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_i}. \tag{24}$$

Das bedeutet aber, daß auf Grund der Gl. (20)

$$\dot{\xi}_{\mathbf{k},\omega} = i\sum_i \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}_i}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_i} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_i} - \frac{4\pi e}{m} i \sum_i \left[\sum_{\mathbf{k}'} \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}'}{k'^2}\left(e\varrho_{\mathbf{k}'}^{(e)} + e'\varrho_{\mathbf{k}'}^{(i)}\right)\frac{e^{i(\mathbf{k}'-\mathbf{k})\mathbf{x}_i}}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_i)^2}\right] \tag{25}$$

wird. Das zweite Glied der rechten Seite der Gleichung wird in zwei Teile zerlegt. Im einen sei $\mathbf{k}' = \mathbf{k}$, im anderen $\mathbf{k}' \neq \mathbf{k}$. Der letztere Teil kann bei Anwendung der von BOHM und PINES eingeführten „random phase approximation" vernachlässigt werden, wodurch

$$\dot{\xi}_{\mathbf{k},\omega} + i\omega\xi_{\mathbf{k},\omega} = i\sum_i e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}_i}\left[1 - \frac{4\pi e^2}{m}\sum_j \frac{1}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_j)^2}\right] - \frac{4\pi e^2 Z}{m} i \sum_i \frac{\sum_l e^{-i\mathbf{k}\mathbf{X}_l}}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_i)^2} \tag{26}$$

entsteht. Mit Hilfe von Gl. (12) erhält man

$$\dot{\xi}_{\mathbf{k},\omega} = -i\,\omega\xi_{\mathbf{k},\omega} - iZ\sum_l e^{-i\mathbf{k}\mathbf{X}_l}. \tag{27}$$

Hiermit läßt sich die Bewegungsgleichung für $q_{\mathbf{k}}$ wie folgt schreiben:

$$\ddot{q}_{\mathbf{k}} + \omega^2 q_{\mathbf{k}} = -Z\omega_p^2 \sum_l e^{-i\mathbf{k}\mathbf{X}_l}, \tag{28}$$

d. h., die Schwingungen des Kristallgitters wirken erregend auf die kollektive Koordinate des Elektronengases.

Aus der auf $q_{\mathbf{k}}$ bezüglichen inhomogenen Differentialgleichung (28) ergibt sich, daß die kollektive Koordinate aus zwei Teilen zusammengezetzt ist: 1) aus der in Gl. (9) gegebenen Lösung der homogenen Gleichung (11); 2) aus einer partikulären Lösung der Gl. (28). Die Aufgabe ist nun eine partikuläre Lösung zu bestimmen.

Eine partikuläre Lösung der Gl. (28) wird durch Summe von partikulären Lösungen der Gleichungen

$$\ddot{q}_{\mathbf{k},l} + \omega^2 q_{\mathbf{k},l} = -Z\omega_p^2 e^{-i\mathbf{k}\mathbf{X}_l} \qquad (l = 0, 1, 2, \ldots) \tag{29}$$

dargestellt. Weiterhin läßt die $\mathbf{X}_l$-Koordinate der Ionen in der Form

$$\mathbf{X}_l = \mathbf{r}_l + \xi_l \tag{30}$$

schreiben, wobei $\mathbf{r}_l$ den Ortsvektor des im Ruhezustand befindlichen l-ten Ions, und ξ_l den Ausschlag aus der Ruhelage bedeutet. Setzt man in (29)

$$a_l = e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_l}, \tag{31}$$

so wird

$$\ddot{q}_{\mathbf{k},l} + \omega^2 q_{\mathbf{k},l} = -Z\omega_p^2 a_l e^{-i\mathbf{k}\xi_l}. \tag{32}$$

Durch die Reihenentwicklung der rechten Seite von Gl. (32) bekommt man

$$Z\omega_p^2 a_l e^{-i\mathbf{k}\xi_l} = Z\omega_p^2 a_l \sum_n \frac{(-i\mathbf{k}\xi_l)^n}{n!}. \tag{33}$$

Es genügt auch jetzt, die zu einem Glied der Summe gehörige Gleichung zu lösen. Nimmt man an, daß ξ_l eine in der Zeit periodische Bewegung bedeutet, d. h.

$$\xi_l = \xi_{0l} e^{-i\omega_l t} \tag{34}$$

ist, wo ω_r die Frequenz der Gitterschwingung bezeichnet, so lautet die zu lösende Gleichung

$$\ddot{q}_{\mathbf{k},l}^{(n)} + \omega^2 q_{\mathbf{k},l}^{(n)} = -Z\omega_p^2 a_l \frac{(-i\mathbf{k}\xi_{0l})^n}{n!} e^{-in\omega_r t}. \tag{35}$$

Eine partikuläre Lösung dieser Gleichung ist leicht anzugeben:

$$q_{\mathbf{k},l}^{(n)} = \frac{(-i\mathbf{k}\xi_{0l})^n}{n!} \frac{Z\omega_p^2 a_l}{(n\omega_r)^2 - \omega^2} e^{-in\omega_r t}, \tag{36}$$

d. h.

$$q_{\mathbf{k},l} = \sum_n q_{\mathbf{k},l}^{(n)} = Z\omega_p^2 a_l \sum_n \frac{(-i\mathbf{k}\xi_{0l})^n}{n!} \frac{e^{-in\omega_r t}}{(n\omega_r)^2 - \omega^2}. \tag{37}$$

Somit wird eine partikuläre Lösung der Gl. (28)

$$q_{\mathbf{k}} = \sum_l q_{\mathbf{k},l} = Z\omega_p^2 \sum_{l,n} a_l \frac{(-i\mathbf{k}\xi_{0l})^n}{n!} \frac{e^{-in\omega_r t}}{(n\omega_r)^2 - \omega^2}, \tag{38}$$

und wenn man hier

$$A_{n\mathbf{k}} = \sum_l \frac{a_l(-i\mathbf{k}\xi_{0l})^n}{n!} \tag{39}$$

setzt, so ergibt sich

$$q_{\mathbf{k}}(t) = Z\omega_p^2 \sum_n A_{n\mathbf{k}} \frac{e^{-i\omega_r nt}}{(n\omega_r)^2 - \omega^2}. \tag{40}$$

Die kollektive Komponente der Dichte des Elektronengases ist somit durch

$$q(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \varrho_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} = Z\omega_p^2 \sum_{\mathbf{k},n} \frac{A_{n\mathbf{k}}}{(n\omega_r)^2 - \omega^2} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - n\omega_r t)} \tag{41}$$

gegeben. Diese Gleichung bestimmt die Wechselwirkung zwischen Gitterschwingungen und der kollektiven Koordinate des Elektronengases.

§ 4. *Schlußfolgerungen*

Die im vorigen Paragraphen gewonnenen Ergebnisse können folgendermaßen gedeutet werden:

Es ist offensichtlich, daß der in Ausdruck $q(\mathbf{x})$ vorkommende Faktor $A_{n\mathbf{k}}$ außer der ganzen Zahl n und dem Vektor $\mathbf{k}$ nur von der Struktur des Gitters abhängt und endlich bleibt. Auf diese Weise wird $q(\mathbf{x})$ mittels Superposition ebener Wellen dargestellt.

Es sei zunächst $\omega > \omega_r$. Aus dem Ausdruck für $q_{\mathbf{k}}$ ist ersichtlich, daß $q(\mathbf{x})$ für ein solches n, für welches $|n| = |\omega/\omega_r|$ am kleinsten ist, starke Rezonanz zeigt, d. h. es genügt, wenn man sich bei der Summierung über n nur auf wenige Glieder beschränkt. $q(\mathbf{x})$ beschreibt dann nach

$$(n\omega_r)^2 \cong \omega^2 \cong \omega_p^2 + k^2 \langle v^2 \rangle \tag{42}$$

eine kollektive, nahezu die Plasmafrequenz besitzende Schwingung. Die Gitterschwingungen sind demnach imstande, kollektive Elektronenschwingungen zu erzeugen. Im Teilchenbild wird das soviel heißen, daß durch die Phononen Plasmonen erzeugt werden können. Dieser Schluß dürfte als das wichtigste Ergebnis der vorliegenden Arbeit angesehen werden.

Im Falle $\omega < \omega_r$ sind im Ausdruck für $q(\mathbf{x})$ offenbar die ersten Glieder der Summe über n von Bedeutung, wenn man bedenkt, daß die Reihe ziemlich schnell konvergiert. Wie ersichtlich, nimmt die erregende Wirkung der Gitterschwingungen bei wachsender Differenz $\omega_r - \omega$ ab, und bei genügend großem ω_r kann von einer Wechselwirkung praktisch nicht mehr die Rede sein.

Ist $\omega = n\omega_r$, so lassen sich die vorstehenden Betrachtungen nicht mehr anwenden.

Auf Grund der obigen Überlegungen läßt sich folgender Vorgang vorstellen: Angenommen, ein Phonon durchläuft auf Grund äußerer Einflüße das Kristallgitter, so erzeugt das Phonon ein Plasmon, d. h., es kann Elektronen in einen höheren Erregungszustand versetzen. Diese Elektronen vermögen eine Veränderung der makroskopischen Eigenschaften des Kristalls hervorzurufen, sie können z. B. die Leitfähigkeit des Kristalls beeinflussen. Die Untersuchung dieser und ähnlicher Probleme erfordert jedoch andere Methoden und bildet deshalb das Ziel einer folgenden Arbeit.

* * *

Zum Abschluß möchte ich an dieser Stelle Herrn Dr. J. I. HORVÁTH meinen herzlichsten Dank für seine anläßlich der Durchsicht des Manuskripts gegebenen wertvollen Ratschläge sagen.

Literatur

[1] *Skyrme, T. H. R.:* Proc. Roy. Soc. **A 239**, 399 (1957).
[2] *Langmuir, I., L. Tonks:* Phys. Rev. **33**, 195 (1929).
[3] *Bohm, D., E. P. Gross:* Phys. Rev. **75**, 1831, 1864 (1949).
[4] *Bohm, D., D. Pines:* Phys. Rev. **82**, 625 (1951).
[5] *Bohm, D., D. Pines:* Phys. Rev. **85**, 338 (1952).
[6] *Bohm, D., D. Pines:* Phys. Rev. **92**, 609 (1953).
[7] *Pines, D.:* Phys. Rev. **92**, 626 (1953).
[8] *Pines, D.:* Rev. Mod. Phys. **28**, 184 (1956).